



STABILITE ET PURETE SPECTRALE

NOUVELLES POSSIBILITES EN ANALYSE SPECTRALE



32

electronique

NOUVELLES POSSIBILITES EN ANALYSE SPECTRALE

par J. REMY

INTRODUCTION

L'étude de signaux périodiques faiblement modulés ou perturbés, ou de signaux complexes comprenant des composantes de niveaux très différents, s'impose dans de nombreux domaines et particulièrement dans celui des télécommunications. La représentation, dans le domaine temps, d'un tel signal (à l'aide d'un oscilloscope), ne donne que des résultats limités, du fait de la difficulté d'interprétation de la figure d'une part, et de l'échelle des niveaux des différents phénomènes rendant leur séparation impossible d'autre part.

Couramment, des phénomènes parasites d'amplitude 100 fois plus petite que le phénomène principal peuvent être perçus (mais non mesurés) sur un oscilloscope. Des systèmes d'expansion de balayage (technique du double balayage), ou d'expansion verticale améliorent quelque peu ces performances ; mais en aucun cas des rapports entre des ordres de grandeur supérieurs à 1000 ne sont observables.

Il est alors indispensable d'avoir recours à une analyse dans le domaine fréquence, c'est-à-dire à l'analyse spectrale, qui est la représentation d'un signal sous forme d'une somme de composantes sinusoïdales (l'outil mathématique correspondant est donné en annexe).

Cette étude conduit à la notion de spectre, qui représente le niveau des composantes en fonction de leur fréquence, représentation plus facilement interprétable que la représentation temporelle : en effet, à une composante de fréquence F correspond un vecteur d'élongation proportionnel à son niveau, et dont la position dépend de cette fréquence. Il est alors possible d'obtenir une échelle logarithmique de niveau et de représenter sur une même figure des composantes de niveau très différent.

Cependant, lors de la réalisation pratique d'un analyseur de spectre, la technologie impose deux limitations : la dynamique (rapport entre le plus grand et le plus petit signal observables simultanément) et la résolution (possibilité de séparer deux phénomènes de fréquences très voisines).

Pratiquement, des dynamiques de 80 dB, avec une résolution de quelques kHz, peuvent être obtenues.

La figure 1 montre les limitations d'un analyseur de spectre conventionnel en ce qui concerne la dynamique et la résolution.

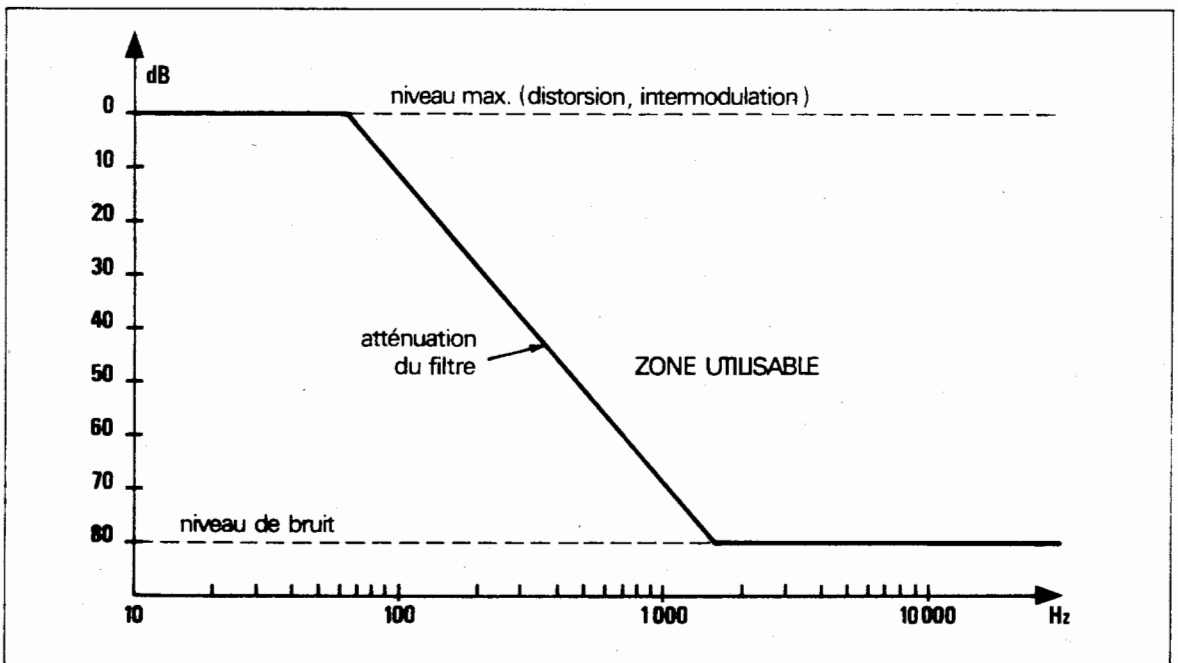


figure 1

1 - ANALYSEUR LARGE BANDE CLASSIQUE

L'analyseur de spectre idéal serait constitué par un filtre à bande infiniment étroite, accordable dans toute la plage de fréquence que l'on désire analyser. Une telle réalisation est technologiquement impossible et de plus, à un filtre de largeur nulle, correspondrait une durée d'analyse infinie.

Pratiquement, il est fait appel à un filtre à fréquence fixe de largeur souvent réglable et un système de changement de fréquence analogue à celui des récepteurs radio permet de présenter le phénomène dans ce filtre. De même que dans les récepteurs, l'élimination de la fréquence image s'obtient au moyen de deux changements

de fréquence successifs, le premier oscillateur étant à fréquence variable et le second à fréquence fixe.

La figure 2 représente un tel dispositif.

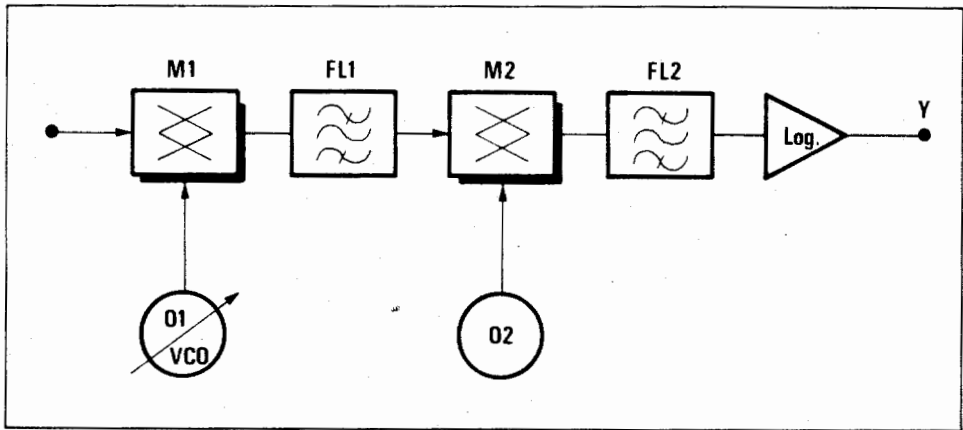


figure 2

Le mélangeur d'entrée M1 reçoit, d'une part le signal à mesurer, et d'autre part, une fréquence de transposition fournie par un oscillateur O1 de fréquence variable. Un filtre FL1 sélectionne le battement additif, un second oscillateur O2, associé au mélangeur M2, transpose en basse fréquence le signal issu de FL1, et le filtre FL2, de bande étroite, et souvent commutable, définit la bande d'analyse.

Un amplificateur, suivi d'un détecteur logarithmique, ou un amplificateur logarithmique, fournit une tension proportionnelle au logarithme du niveau.

Cette tension attaque l'axe Y d'une unité de visualisation tandis que l'axe des X (axe des fréquences) reçoit une tension générée par une base de temps, tension qui est, d'autre part, appliquée à l'oscillateur O1 pour obtenir la déviation de fréquence.

Les analyseurs de spectre répondant à ce schéma ont l'avantage d'effectuer des mesures dans une gamme de fréquence très étendue et de présenter sur une même figure une gamme de fréquence couvrant toute la gamme de l'appareil. Cette possibilité d'effectuer des explorations importantes en fréquence est liée à celle d'élargir la bande d'analyse (au détriment de la résolution), de façon à ramener sa durée dans des limites raisonnables.

La dynamique est limitée par le mélangeur M1, fixant le niveau maximum d'entrée, et par le bruit propre de l'ensemble du système, en particulier celui de l'oscillateur O1. La résolution se trouve limitée par l'instabilité à court terme de l'oscillateur O1, et par la difficulté qu'il y a à réaliser un filtre FL2 commutable, de facteur de forme élevé.

2 - ANALYSEUR DE SPECTRE A BANDE ETROITE ET GRANDE DYNAMIQUE

La qualification de signaux de haute pureté spectrale délivrés par les synthétiseurs modernes, a suscité chez ADRET ELECTRONIQUE l'étude d'un instrument prenant, en quelque sorte, le relais des analyseurs classiques, et dont le domaine d'utilisation commence là où les instruments classiques deviennent insuffisants tant en résolution qu'en dynamique. Comme indiqué plus haut, les deux principales limitations résident dans la stabilité à court terme du premier oscillateur local, et dans la dynamique du mélangeur d'entrée. L'utilisation d'un oscillateur local synthétisé, référé à un oscillateur à quartz, résout le problème de la stabilité de fréquence au prix, évidemment, d'une exploration relative de fréquence faible. En effet, la variation de fréquence est obtenue au moyen d'un oscillateur libre et il importe que sa contribution dans le processus de synthèse soit petite devant la contribution des circuits référés au quartz.

La synthétisation de l'oscillateur local procure également une précision de mesure de fréquence infiniment plus grande, toujours du fait de la référence au quartz.

En ce qui concerne maintenant le mélangeur d'entrée, la dynamique utile est le rapport du niveau d'attaque le plus élevé sans introduction de distorsion ou d'intermodulation, du niveau du bruit ramené à l'entrée de l'ensemble de l'instrument.

ADRET ELECTRONIQUE a travaillé dans deux directions, dans le but d'obtenir la dynamique la plus grande.

- Etude d'un mélangeur fonctionnant à très haut niveau et exempt de non linéarité ;
- Réduction du facteur de bruit de ce mélangeur d'entrée et de tous les éléments actifs de la chaîne d'amplification.

Ces recherches ont conduit au développement d'un circuit intégré FET spécifique assurant le changement de fréquence.

D'autre part, le nombre des circuits actifs constituant la chaîne de mesure a été réduit au maximum toujours en vue de réduire le facteur de bruit, et il n'est fait appel qu'à un seul changement de fréquence. Le schéma figure 3 représente le bloc diagramme de cet instrument.

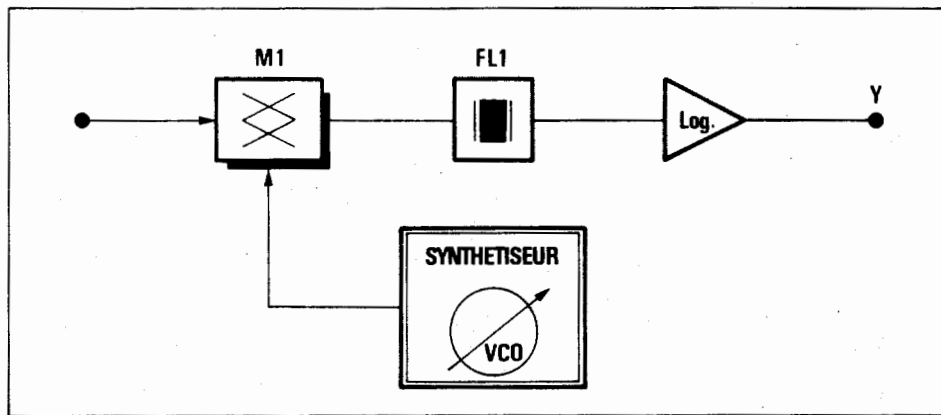


figure 3

Le signal à analyser attaque le mélangeur explicité plus haut. L'oscillateur local est remplacé par un synthétiseur complet, équipé d'un oscillateur d'interpolation commutable de décades en décades, ceci correspondant à des dispersions plus ou moins importantes. Ce synthétiseur, dont la circuiterie est analogue au modèle 6 100, est équipé d'un tiroir de synthèse 6 300 (10 kHz - 110 MHz).

De manière à avoir toujours la meilleure dynamique, il a été prévu une "tête d'analyse" interchangeable comportant le mélangeur d'entrée, et dans une de ses versions, un diviseur par 10 de la fréquence du synthétiseur. Cette division a pour effet de diminuer dans un rapport 10 les perturbations de phase du synthétiseur et de ce fait, d'augmenter la dynamique réalisable, mais en divisant par 10 la gamme de fréquence couverte.

Le battement soustractif effectué par le mélangeur M1 est filtré dans FL1, filtre à quartz constitué de 8 éléments, et de facteur de forme particulièrement élevé : > 10 à 100 dB.

La fréquence centrale de ce filtre est de $84,080$ kHz et sa bande passante à 3 dB de 10 Hz.

L'amplificateur logarithmique suivant le filtre est constitué de 5 étages accordés, équipés de transistors à effet de champ à très faible facteur de bruit.

Cette disposition a permis l'obtention de performances spectaculaires dont la figure 4 représente la différence avec celle des instruments classiques.

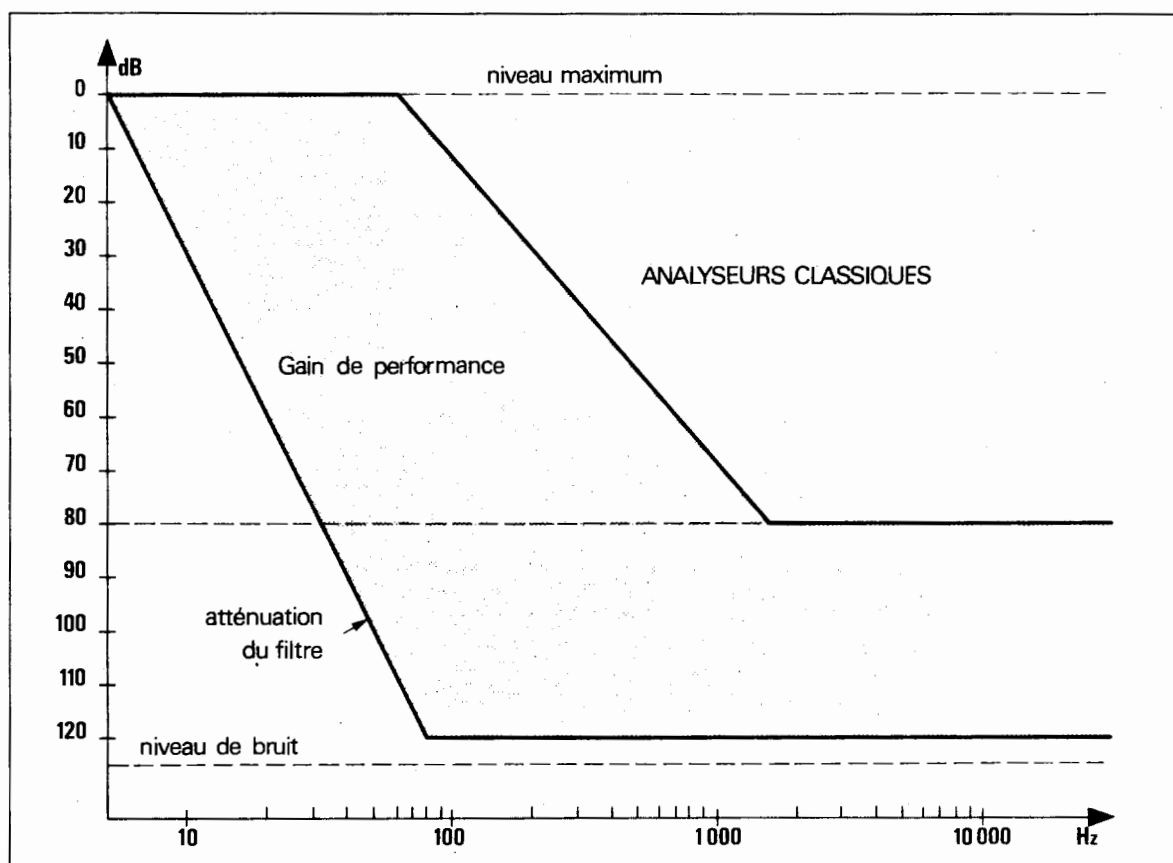


figure 4

La zone hachurée matérialise l'augmentation de la dynamique et de la résolution.

En contrepartie, la dispersion maximale n'est que de ± 100 kHz autour de la fréquence centrale, ce qui d'ailleurs évite de rencontrer la fréquence image en cours d'exploration.

La largeur de 10 Hz du filtre détermine avec cette exploration maximale, une durée d'analyse déjà longue, de l'ordre de 40 minutes, mais les valeurs inférieures (± 10 kHz ou ± 1 kHz) conduisent à des durées de 2 à 5 minutes.

3 - SPECIFICATIONS

Le tableau ci-dessous résume les performances résultant de l'utilisation du tiroir analyseur de spectre équipé de l'une ou l'autre des "têtes d'analyse" 63 031 ou 63 032.

CARACTERISTIQUES	63 03	
	Tête d'analyse 63 031	Tête d'analyse 63 032
Gamme	0 à 11 MHz	1 à 110 MHz
Dispersion totale	± 200 Hz à ± 10 kHz (progression 1 - 2 - 5)	± 200 Hz à ± 100 kHz (progression 1 - 2 - 5)
Largeur de la bande d'analyse	10 Hz	10 Hz
Facteur de forme du filtre à 100 dB d'affaiblissement	10	10
Dynamique	120 dB	100 dB
Bruit propre dans une bande de 1 Hz	30 nV	0,3 μ V
Précision des mesures de niveau	± 2 dB jusqu'à - 100 dB ± 4 dB jusqu'à - 120 dB	± 2 dB
Durée de l'analyse	100 à 2 000 s (en fonction de la dispersion choisie)	100 à 2 000 s (en fonction de la dispersion choisie)
Précision en fréquence	± 5 Hz	± 5 Hz

4. UTILISATION

Différentes combinaisons de bâti et de tiroir sont possibles. Soit, par exemple, l'utilisation d'un bâti 6100, équipé d'un tiroir analyseur de spectre 6303, d'une "tête d'analyse" 63031 couvrant 1 à 110 MHz et d'un tiroir balayage 6503, le tout associé à une table traçante XY.

La fréquence centrale de l'analyse, qui sera généralement celle du phénomène principal servant de référence de niveau, sera programmée localement ou extérieurement sur le synthétiseur.

Une touche tarage prévue sur le tiroir 6303 met hors circuit l'oscillateur d'interpolation, et la fenêtre d'analyse est centrée sur la fréquence affichée. Il est alors possible, par le jeu d'un atténuateur de 10 en 10 dB et d'un potentiomètre, situés sur la "tête d'analyse", d'effectuer le tarage, le niveau du phénomène principal coïncidant alors avec le niveau 0 de l'échelle logarithmique. Le voltmètre situé en face avant facilite le réglage. Le niveau 0 doit être au moins égal à 100 mV eff. (environ - 7 dBm) pour bénéficier de toute la dynamique de l'appareil ; néanmoins, un tarage à - 10 ou - 20 dB peut être effectué.

La touche "analyse" valide l'oscillateur d'interpolation et le choix de la dispersion se fait au moyen d'un commutateur, situé sur le tiroir de balayage. Ce commutateur comporte des positions étalonnées en progression 1, 2, 5 et exprimées en Hz par division ; il détermine automatiquement la vitesse de balayage compatible avec la largeur du filtre. Un inverseur provoque le départ du balayage. Le retour prématuré du balayage ou son interruption (arrêt sur un phénomène) s'obtient au moyen du même commutateur. Toutes ces fonctions : dispersion, départ, arrêt, sont également programmables extérieurement.

La plume de la table traçante est commandée automatiquement.

5_ APPLICATIONS

L'analyseur de spectre ADRET devient nécessaire là où une dynamique dépassant 80 dB et une résolution importante sont requises.

L'étude des générateurs ou sources de fréquence (à quartz, synthétisés, ou autres) en est un exemple.

Ainsi, avec la "tête d'analyse" 63 032, des phénomènes cohérents ou aléatoires se traduisant par des niveaux dans les bandes latérales de l'ordre de 110 ou 120 dB en dessous de la raie principale, sont parfaitement analysés et ceci à ± 100 Hz de la porteuse.

ASPECT MATHÉMATIQUE DE L'ANALYSE SPECTRALE

par le Dr J. RUTMAN

1. INTRODUCTION

Les analyseurs de spectre, décrits précédemment, permettent la visualisation du niveau des différentes composantes d'un signal composite en fonction de leurs fréquences respectives. Pour cela, ils effectuent sur le signal $v(t)$ à analyser, un traitement électronique adéquat qui a été décrit.

A ce traitement électronique correspond un traitement purement mathématique : l'analyse spectrale qui est l'étude de la décomposition d'un signal sous forme d'une somme de composantes sinusoïdales.

L'outil mathématique de l'analyse spectrale est très différent selon la nature du signal à étudier (signal périodique, non périodique, aléatoire), ce qui nous conduit à présenter les résultats relatifs à ces trois cas importants en pratique.

Il ne s'agit pas d'effectuer ici un cours de mathématiques, mais uniquement de présenter les relations importantes qui permettent le passage domaine temps \rightarrow domaine fréquence, en essayant de dégager leur interprétation physique.

2. OUTIL MATHÉMATIQUE DU PASSAGE DOMAINE TEMPS \rightarrow DOMAINE FRÉQUENCE

2.1 Signaux périodiques

SÉRIE DE FOURIER

Pour un signal périodique $v(t)$ de fréquence $f_0 = \frac{1}{T_0}$, l'outil mathématique du passage entre les deux domaines d'étude est le développement de la fonction $v(t)$ sous forme d'une série de Fourier :

$$v(t) = c_0 + \sum_{n=1}^{\infty} 2|c_n| \cdot \cos(n\omega_0 t + \phi_n) \quad \omega_0 = 2\pi f_0$$

où c_n est défini par l'expression :

$$c_n = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{+\frac{T_0}{2}} v(t) \cdot e^{-in\omega_0 t} dt \quad (i = \sqrt{-1})$$

(c_n est en général une quantité complexe d'amplitude $|c_n|$ et de phase Φ_n).

Le terme constant c_0 est la valeur moyenne du signal (composante continue).

La sommation fait apparaître les composantes aux fréquences multiples de la fréquence du signal $v(t)$; la composante de fréquence nf_0 a une amplitude égale à $2|c_n|$ et une phase égale à Φ_n .

Il faut noter dès à présent que les analyseurs de spectre ne mesurent pas la phase des différentes composantes.

Dans l'immense majorité des applications, ceci ne constitue toutefois une limitation ni à l'utilisation, ni à l'intérêt de l'analyseur de spectre.

La visualisation d'un signal périodique de fréquence f_0 , à l'aide d'un analyseur de spectre, fournit un spectre de raies discrètes aux fréquences $f_n = nf_0$.

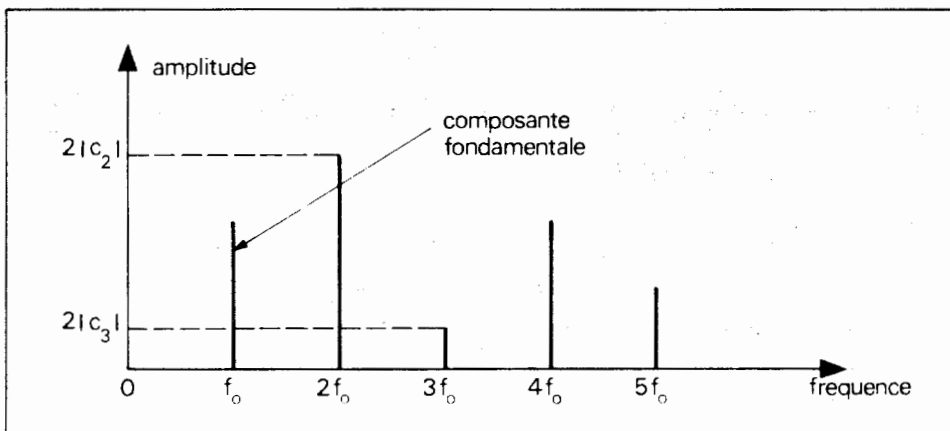


figure1: Spectre d'un signal périodique.

Pour bien comprendre la signification physique de la série de Fourier, il est intéressant de calculer la puissance moyenne totale de $v(t)$:

$$P = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} v^2(t) dt = \overline{v^2(t)}$$

En remplaçant $v(t)$ par son développement en série de Fourier, on obtient la relation de Parseval :

$$P = \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} v^2(t) dt = c_0^2 + \sum_{n=1}^{\infty} 2|c_n|^2 = \overline{v^2(t)}$$

La puissance moyenne totale d'un signal périodique est donc égale à la somme des puissances moyennes associées à chaque composante individuelle ; elle est indépendante des angles de phase des différentes composantes. Chaque harmonique intervient indépendamment des autres ; il n'y a pas d'interférences entre les différentes fréquences.

DENSITE SPECTRALE DE PUISSANCE

Les considérations précédentes conduisent à la définition de la densité spectrale de puissance moyenne :

$$S_v(f) = c_0^2 \cdot \delta(f) + \sum_{n=1}^{\infty} 2|c_n|^2 \cdot \delta(f - nf_0)$$

où δ représente une impulsion de Dirac.

Il s'agit d'une densité spectrale en ce sens que la puissance moyenne contenue dans une bande de fréquence $\{f_1, f_2\}$ est égale à l'intégrale :

$$P_{f_1 f_2} = \int_{f_1}^{f_2} S_v(f) df$$

(aire sous la courbe comprise entre f_1 et f_2)

L'égalité de Parseval s'écrit alors :

$$\frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} v^2(t) dt = \int_0^{\infty} S_v(f) df$$

Dans le cas d'une fonction périodique, $S_v(f)$ est une suite de fonctions delta ("fonctions de Dirac") distantes de $\frac{1}{T_0} = f_0$ et ayant pour "aires" respectives $2 |c_n|^2$.

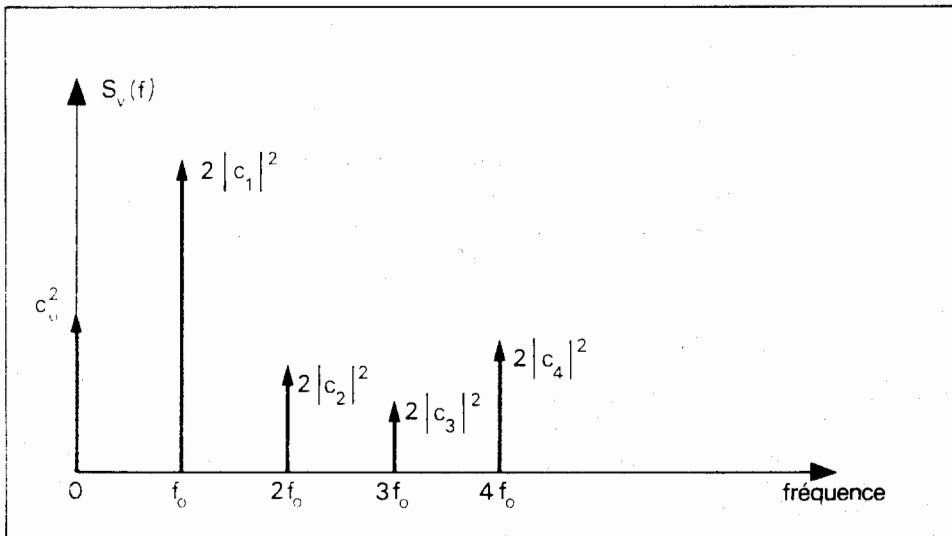


figure 2: Densité spectrale de puissance d'une fonction périodique.

2.2 Signaux non-périodiques (d'énergie totale finie)

Dans le cas où le signal étudié $v(t)$ n'est pas périodique mais possède une énergie totale finie ($\int_{-\infty}^{\infty} v^2(t) dt$ convergent), c'est l'intégrale de Fourier qui permet le passage entre le domaine temps et le domaine fréquence ; $v(t)$ peut en effet s'écrire :

$$v(t) = \int_{-\infty}^{\infty} X(f) e^{i2\pi ft} df$$

où $X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} v(t).e^{-i2\pi ft} dt$ est la transformée de Fourier* de $v(t)$, et est en général une fonction complexe de f définie mathématiquement pour f positif et négatif.

Le signal $v(t)$ est donc la superposition d'une infinité de composantes ayant des fréquences infiniment proches les unes des autres (spectre continu) ; ici encore, l'analyseur de spectre ne permet pas la mesure de la phase des différentes composantes.

Contrairement au spectre de raies des signaux périodiques, le spectre d'amplitude $X(f)$ d'un signal non périodique est un spectre continu** :

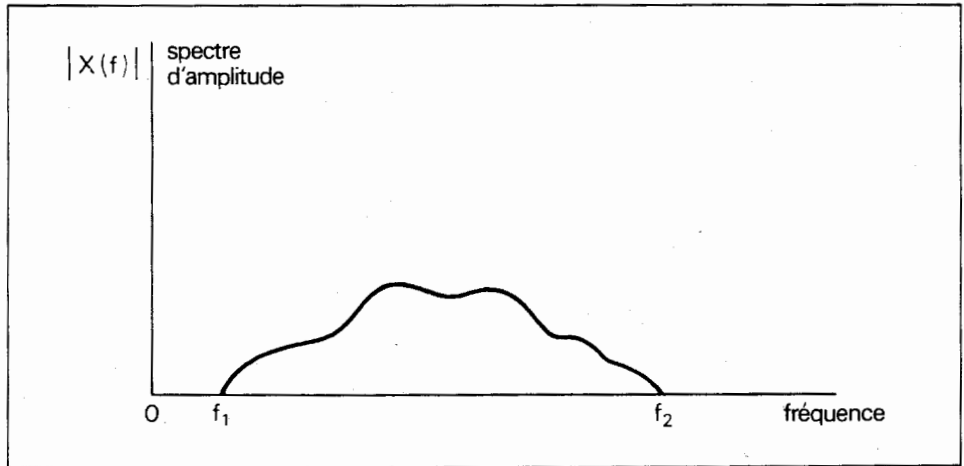


figure 3 : Spectre d'amplitude d'un signal non périodique

* *NOTA* : L'intégrale définissant $X(f)$ ne converge que sous certaines conditions mathématiques qui ne seront pas explicitées ici.

** *NOTA* : Les fréquences négatives qui apparaissent dans la définition de $X(f)$ ne sont qu'un artifice mathématique. Les composantes physiques du signal $v(t)$ n'ont évidemment que des fréquences positives.

L'interprétation physique de la transformée de Fourier est contenue dans l'égalité de Parseval qui donne l'énergie totale du signal :

$$E_T = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} v^2(t) dt}_{\text{énergie totale du signal } v(t)} = \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} |X(f)|^2 \cdot df}_{\text{fréquences positives et négatives}} = \underbrace{\int_0^{\infty} 2 |X(f)|^2 \cdot df}_{\text{si on ne garde que les fréquences positives}}$$

La grandeur $S_v(f) = 2 |X(f)|^2$ (pour $f \geq 0$) est donc la densité spectrale d'énergie du signal $v(t)$ en ce sens que l'énergie totale de ce signal est donnée par :

$$E_T = \int_0^{\infty} 2 |X(f)|^2 \cdot df$$

(aire totale sous la courbe $2 |X(f)|^2$)

L'énergie contenue dans la bande de fréquence (f_1, f_2) est égale à :

$$E_{f_1 f_2} = \int_{f_1}^{f_2} 2 |X(f)|^2 \cdot df$$

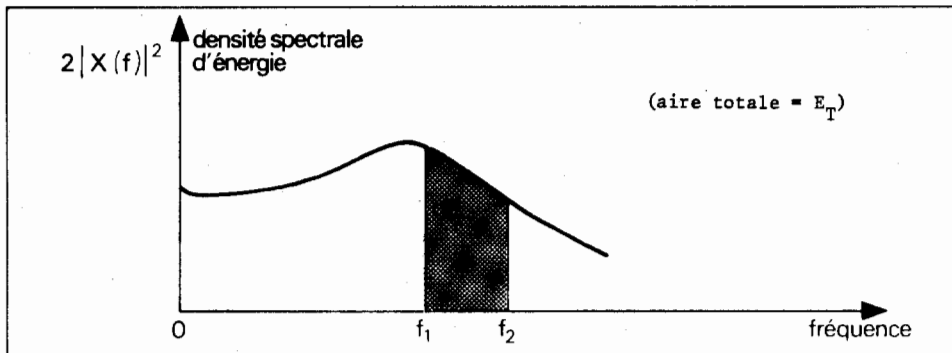


figure 4 : Densité spectrale d'énergie d'un signal non périodique

2.3 Signaux aléatoires (bruit)

Expérimentalement, les signaux étudiés sont souvent de nature aléatoire et ne peuvent être décrits que par leurs propriétés statistiques (valeur moyenne, écart-type, etc ...).

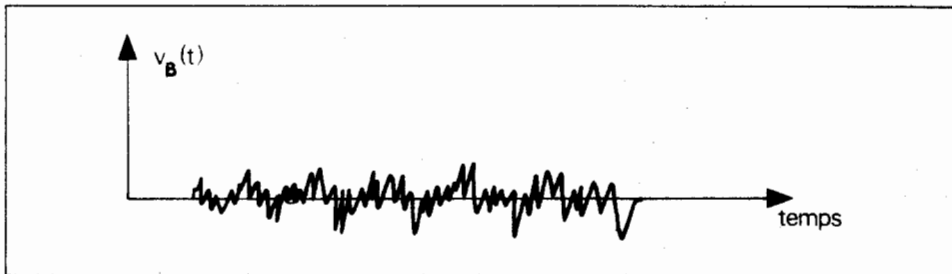


figure 5 : Exemple de fonction aléatoire : tension de bruit aux bornes d'une résistance.

L'analyse spectrale de tels signaux fait également appel au calcul d'une transformée de Fourier, mais pas directement à celle du signal $v_B(t)$ qui divergerait dans ce cas précis (énergie totale infinie). La densité spectrale de puissance d'un signal aléatoire stationnaire $v_B(t)$ est la transformée de Fourier de sa fonction d'autocorrélation :

$$R_{v_B}(\mathcal{T}) = \overline{v_B(t) \cdot v_B(t - \mathcal{T})} \quad (\text{la barre désigne une moyenne temporelle})$$

$$S_{v_B}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{v_B}(\mathcal{T}) e^{-i2\pi f \mathcal{T}} d\mathcal{T} \quad (f \geq 0)$$

$$(S_{v_B}(f) \text{ a pour unité : } v_B^2 / \text{Hertz})$$

Compte-tenu de la parité de $R_{v_B}(\mathcal{T})$, on peut encore écrire la densité spectrale de puissance sous la forme :

$$S'_{v_B}(f) = 4 \int_0^{\infty} R_{v_B}(\mathcal{T}) \cdot \cos 2\pi f \mathcal{T} \cdot d\mathcal{T} \quad (f \geq 0)$$

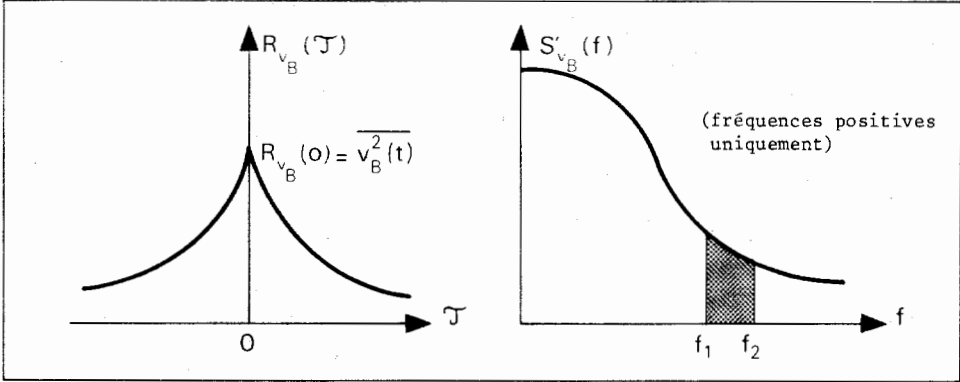


figure 6 : Autocorrélation et densité spectrale de puissance d'une fonction aléatoire

La grandeur $S_{v_B}(f)$ est une densité spectrale de puissance en ce sens que l'intégrale (aire sous la courbe) :

$$\int_0^{\infty} S'_{v_B}(f) df = \overline{v_B^2(t)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T v^2(t) dt$$

représente bien la puissance moyenne totale du signal $v_B(t)$.

Une caractéristique fondamentale de la densité spectrale de puissance d'une fonction aléatoire est sa nature continue, par opposition à celle d'une fonction déterministe périodique.

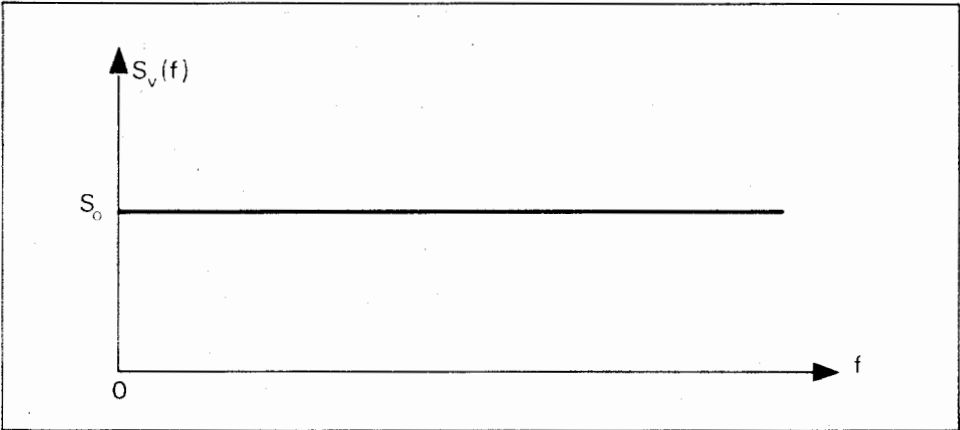


figure 7 : Exemple du bruit blanc : densité spectrale de puissance constante .

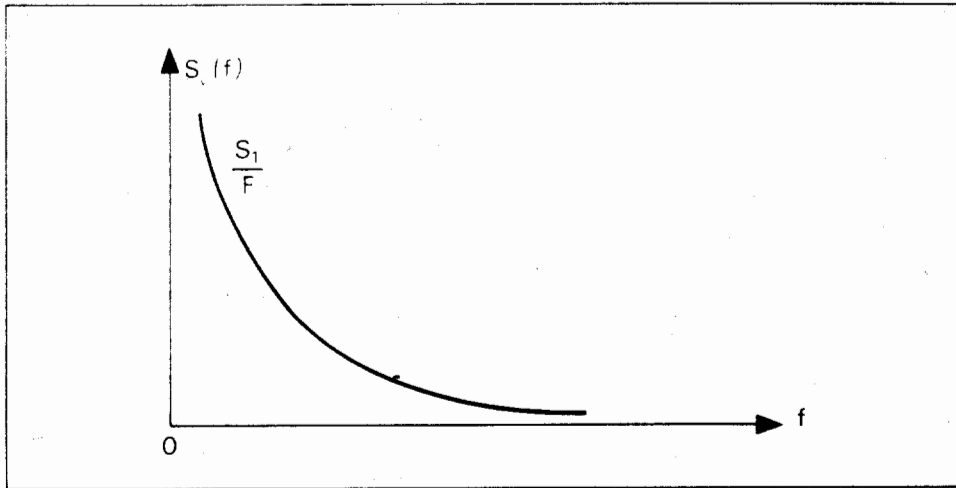


figure 8 : Exemple du bruit "flicker" qui prédomine aux basses fréquences dans les systèmes électroniques .



adret électronique

12-14, AVENUE VLADIMIR KOMAROV - 78190 TRAPPES
TEL. : **051 29 72** - B.P. 33 - 78190 TRAPPES
TELEX ADREL TRAPS 60821
Société anonyme au capital de 4.200.000 f
R.C. Versailles 67 B 507 INSEE 285 78 621 0 005
Compte Chèque Postal : Paris 21 797 04